

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2025/26. DÖNTŐ
11. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent írtj le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1. Egy bolha a számegyenesen a 2026-os számról kezd el ugrálni és minden ugrása pontosan 1 egység hosszú. Az 1. napon x -szer ugrott jobbra és y -szor balra. A 2. napon $2x$ -szer ugrott jobbra és $2y$ -szor balra, és így tovább, azaz a k . napon kx -szer ugrott jobbra és ky -szor balra, így a 2236-os számra jutott. Hány napon keresztül ugrált a bolha a számegyenesen? **14 pont**
2. Határozd meg annak a másodfokú függvénynek a szélsőértékét, mely áthalad az $A(-2; -4); B(16; 14); C(12; -18)$ pontokon? **14 pont**
3. Az ABC hegyesszögű háromszögben meghúzzuk az A csúcson keresztül a köré írt kör egyik átmérőjét, amelynek a másik végpontja D . A D pontot tükrözzük a BC oldal felezőpontjára. Bizonyítsd be, hogy az így kapott pont megegyezik a háromszög magasságpontjával! **12 pont**
4. Hány egész megoldása van az alábbi egyenlőtlenségnek?
$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + x) \geq -1$$
14 pont
5. Az egyik boltban az egyforma konzerveket 5 oszlopban helyezték ki az egyik pultra. Az első és ötödik oszlopba 2, a második és negyedik oszlopba 3, a középsőbe 4 darabot tett az árufeltöltő. Hányféle sorrendben helyezhette ki a konzerveket a pultra? **9 pont**
6. Egy lucfenyőt ültettek egy kertbe. A lucfenyő magassága méterben kifejezve modellezhető a $h(t) = \frac{35}{1 + 7 \cdot e^{-0,06 \cdot t}} - 4$ függvénnyel, ahol t jelöli a fa ültetésétől eltelt időt években. Hány év múlva éri el az ültetési magasságának ötvenszeresét? Milyen magasságban telepíthetnek a fa felett egy vezeték, ha úgy szeretnék, hogy a fát miatta soha ne kelljen levágni? A vezeték és a fa közötti távolságnak biztonsági okokból legalább 1 méternek kell lennie. **14 pont**