

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2025/26. DÖNTŐ
12. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1. Egy díszgyertyát tervezünk, melynek formája egy henger tetején egy elefelé fordított félgömb, melyet színes fóliával vonunk be. Azt szeretnénk, ha a gyertya 4 órán keresztül égne. A felhasznált viaszból 5 cm^3 8 perc alatt ég el. Hogyan válasszuk meg a gyertya méreteit, ha azt szeretnénk, hogy a lehető legkevesebb fóliát kelljen a bevonásához használni? (Az egész gyertyát bevonjuk, az alapját és a tetejét is) **16 pont**

2. Határozd meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely meredeksége $\frac{1}{2}$, és az $A(3; 0); B(0; 8); C(6; 11)$ csúcspontokkal megadott háromszögből olyan háromszöget vág le, amelynek területe az eredeti háromszög területének századrésze! **13 pont**

3. Ábrázold koordinátarendszerben azon pontok halmazát, melyek (x, y) koordinátáira teljesül, hogy:

$$12x^2 - 12y^2 + 7xy = 0$$

13 pont

4. Az egyik boltban az egyforma konzerveket 5 oszlopban helyezték ki az egyik pultra. Az első és ötödik oszlopba 2, a második és negyedik oszlopba 3, a középsőbe 4 darabot tett az árufeltöltő. Hányféle sorrendben helyezhette ki a konzerveket a pultra? **9 pont**

5. Az ABC hegyesszögű háromszögben meghúzzuk az A csúcson keresztül a köré írt kör egyik átmérőjét, amelynek a másik végpontja D . A D pontot tükrözzük a BC oldal felezőpontjára. Bizonyítsd be, hogy az így kapott pont megegyezik a háromszög magasságpontjával! **12 pont**

6. Az egyik betegség kezelésére javasolt gyógyszer szervezetben előforduló hatóanyag tartalmát milligrammban az $m(t) = 1,019 \cdot t \cdot e^{-0,025 \cdot t}$, ahol t a bevételtől eltelt időt jelenti percekben. A leíró függvényt szeretnénk közelíteni egy könnyebb számításokat lehetővé tevő függvénnyel. A helyettesítő $f(t)$ függvény az 50. percig egy olyan másodfokú függvény, melynek maximuma a 40. percnél megegyezik az $m(t)$ függvény maximumával és függvényértke szintén megegyezik a bevétel pillanatában a szervezetben előforduló hatóanyaggal. Az 50. perc és a 240. perc között egy $\frac{a}{x-u} + v$ alakú hiperbolával függvénnyel, amelynek függvényértékei az 1., 2. és 4. óra elteltével is megegyezik az $m(t)$ függvényértékével.

- a) Add meg az $f(t)$ függvényt! **15 pont**
- b) Hány százalékkal tér el a közelítő függvényértéke 0,5 óra és 3 óra elteltével a pontos értéktől? **6 pont**
- c) A gyógyszer bevétele után hányinger tapasztalásának esélye 14 %. Legalább hány embert kell megkérdezni ahhoz, hogy a megkérdezettek között 95 %-nál nagyobb eséllyel legyen legalább 1 ember aki azt mondja, hogy mellékhatásként jelentkezett a hányinger? **7 pont**